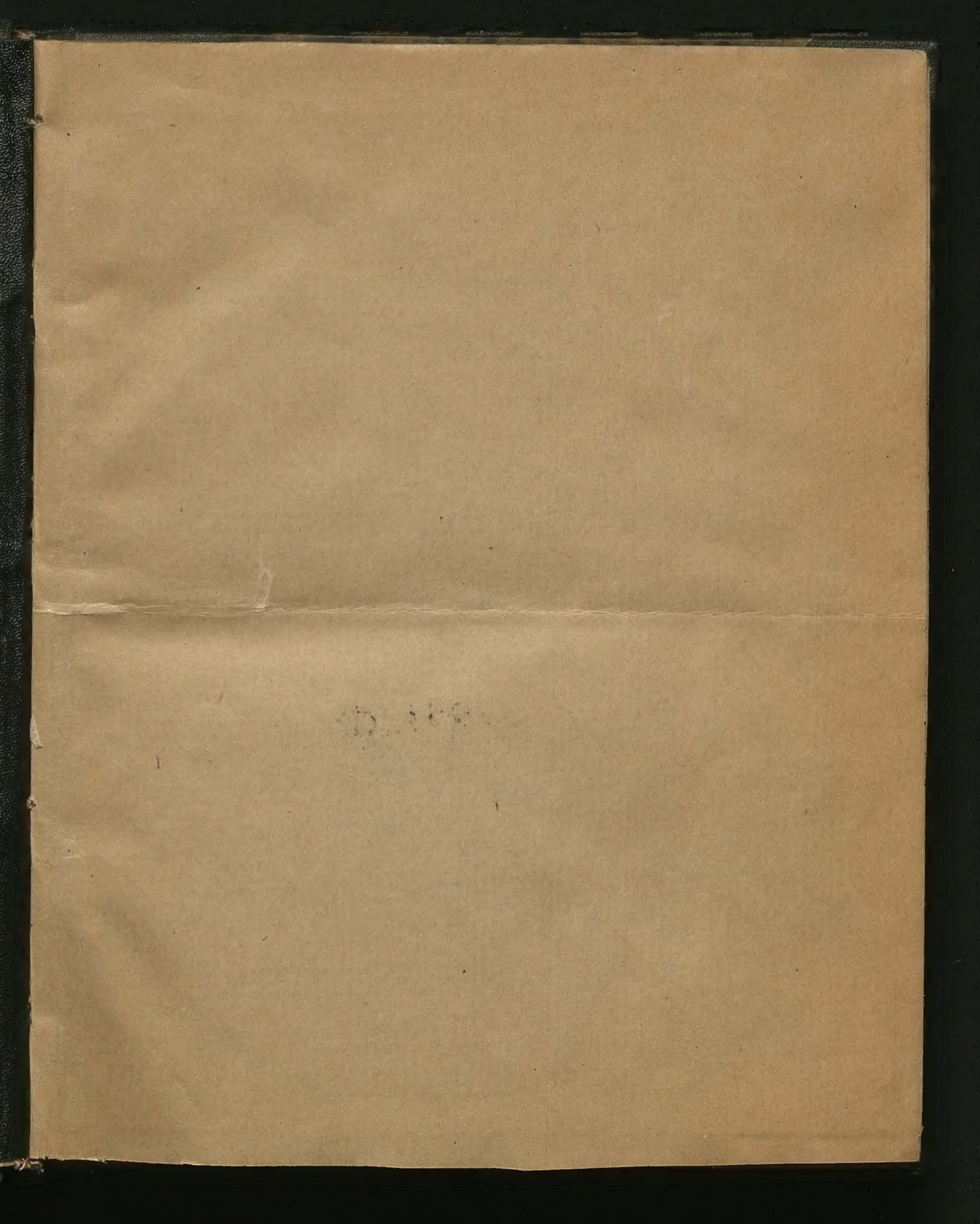
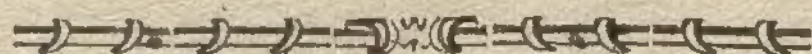




REFUTATIO

BREVISSIMA ET SOLIDISSIMA OMNIUM OBJECTIONUM IN SCRIPTO, CUI TITULUS: *EXPOSITIO BREVIS*, CONTENTARUM. ANNO MDCCLXXX. EDITA.



1. Sub nota *a.* Adverſarius inquit: *Ratio Diametri ad periph.* = 8: 25, *quam Auctor Quadraturæ Circuli habet pro vera, eſt reapſe media inter alias* 2, *nempe* 7: 22. *&* 9: 28: *nam Summa antecedentium eſt* 7. †. 9. = 16. *& conſequentium* 22. †. 28. = 50, *consequenter* $\frac{16}{2}$: $\frac{50}{2}$. = 8: 25. Senſus hujus argumenti præclari eſt talis: Sicut inter diametrum minorem 7. & majorem 9. diameter media arithmeticè proportionalis eſt 8, ita etiam inter periph. exceſſivam 22. & defectivam 28. peripheria media Arithmeticè proportionalis eſt 25. Eſt itaque peripheria media 25. major, quàm exceſſiva 22. & minor quam defectiva 28; quod eſt abſurdum. Ex hoc falſo concludendi modo ſequitur adhuc, quòd ratio 8: 25. ſit media in ſenſu Adverſarii inter 6. paria rationum ſequentia: 6: 23. & 10: 27; 5: 24. & 11: 26; 4: 25. & 12: 25; 3: 26. & 13: 24; 2: 27. & 14: 23; 1: 28. & 15: 22. Nam ſumma antecedentium omnium parium eſt 16. & conſequentium 50, conſequenter $\frac{16}{2}$: $\frac{50}{2}$ = 8. 25.; quod eſt falsiſſimum. Aliud eſt inter 2. numeros invenire medium Arithmeticè proportionalem, & aliud inter 2. rationes geometricas invenire (non intermediam) ſed mediam. Quòd verò inter inter rationes 7: 22. & 9: 28. non detur alia media (in ſenſu Adverſarii accepta) niſi 63: 197, id demonſtro ita: Aſſumta diametro = 63, ratione ejus ad periph. exceſſivâ 7: 22. & defectivâ 9: 28. prodeunt peripheriæ 198. & 196. Jam ſi ſupponamus priorem 198. tantundem peccare in exceſſu, quantum poſterior 196. peccat in defectu; erit inter utramque media arithmeticè proportionalis $\frac{198}{2}$. †. $\frac{196}{2}$. = 197. Ergo ratio media inter 63:198 = 7: 22. & 63:196. = 9: 28. eſt 63: 197, non autem 8: 25. = 63: 196$\frac{7}{8}$, ut falsè aſſerit Adverſarius, qui tamen

2. Aperte ſibi contradicit, dum numero 10. *objectionum ſuarum* ita ſcribit: *Quòd peripheria ſit 3pla diametri cum minori quàm* $\frac{1}{7}$. *& majori quàm* $\frac{1}{9}$. *parte ejuſdem, adeoque tripla cum* $\frac{1}{8}$, *hoc plenis buccis negandum erat. Nam hæc Concluſio haberi nequit, niſi priùs demonſtretur, vel quòd, ſi peripheria ſumatur 3pla diametri cum* $\frac{1}{7}$. *peccetur per exceſſum* $\frac{1}{56}$: nam auferendo $\frac{1}{56}$ ex $\frac{1}{7}$ = $\frac{8}{56}$ relinquuntur $\frac{7}{56}$. = $\frac{1}{8}$. *vel quod, ſi accipiatur peripheria diametri tripla cum* $\frac{1}{9}$, *tunc erretur per defectum* $\frac{1}{72}$: *nam addendo* $\frac{1}{72}$. *ad* $\frac{1}{9}$. = $\frac{8}{72}$. *prodeunt* $\frac{9}{72}$. = $\frac{1}{8}$. Exigit

igitur Adverſarius, ut ipſi demonſtretur, aſſumta ratione diametri ad periph. $= 8 : 25$. exceſſum peripheriæ per rationem $7 : 22$. inventæ, eſſe defectui peripheriæ per rationem $9 : 28$. repertæ, imo æqualem & deinde inæqualem, quod eſt abſurdum. Jnterim mox demonſtrabitur, exceſſum eſſe revera $\frac{1}{56}$. & defectum $\frac{1}{72}$.

3. Sub nota *b.* inquit Adverſarius: *Inter fractiones* $\frac{1}{7} = \frac{72}{504}$. *&* $\frac{1}{9} = \frac{56}{504}$. *non eſt ſola fractio* $\frac{1}{8} = \frac{63}{504}$. *intermedia, ſed adhuc* 14. *aliæ. Ergo ratio vera diametri ad periph. poteſt eſſe vel* $1 : 3\frac{57}{504}$. *vel* $1 : 3\frac{58}{504}$. *&c.* Ad quod ita respondeo: Quoniam juxta propriam Conceſſionem Adverſarii peripheria vera eſt diametri tripla cum minori, quàm $\frac{1}{7}$. & majori, quàm $\frac{1}{9}$. ejusdem; neceſſe eſt, ut ea ſit diametri tripla cum $\frac{1}{8}$. ejusdem. *Demonſtratio.* Ratio diametri ad periph. $= 1 : 3\frac{1}{7}$. multiplicata per 56. prodit æqualem $56 : 176$. & ratio $1 : 3\frac{1}{9}$. multiplicata per 72. dat æqualem $72 : 224$. (§. 178. Geom. Wolfii). Ergo peripheriæ diametri $= 1$. per utramque rationem inveſtigatæ, ſunt $\frac{175}{56}$. & $\frac{224}{72} = \frac{12672}{4032}$. & $\frac{12544}{4032}$, quæ ex ſe invicem ablatæ, relinquunt ſummam exceſſus & defectus $\frac{128}{4032}$. reſolubilem in partes ſimpliciſſimas $\frac{1}{56}$. & $\frac{1}{72} = \frac{72+56}{56 \cdot 72}$. *Vid.* §. 2. *&* 4. *Quadraturæ noviſſimæ hic adjectæ.* Jam cum peripheria exceſſiva ſit aggregatum ex vera atque ex exceſſu, & quævis ſumma fractionum conſtare debeat ex partibus homogeneis, h. e. ex fractionibus ejuſdem denominationis; neceſſe eſt, ut peripheria vera & exceſſus utpote partes habeant eundem denominatorem, ac peripheria exceſſiva utpote ſumma. Sed denominator exceſſivæ eſt 56: ergo etiam denominator exceſſus debet eſſe 56. & per conſequens denominator defectus 72: nam dividendo ſummæ denominatorem 4032, qui eſt factum ex denominatoribus partium, per unum factorem 56, debet neceſſario prodire factor alter 72. Determinatis autem hiſce denominatoribus partium, nequeunt earum numeratores eſſe alii, niſi 1. Quare exceſſus debet eſſe $\frac{1}{56}$. & defectus $\frac{1}{72}$: conſequenter periph. vera $\frac{176}{56} - \frac{1}{56} = \frac{175}{56} = \frac{25}{8}$. vel $\frac{224}{72} + \frac{1}{72} = \frac{225}{72} = \frac{25}{8}$, & ratio ejus ad diametrum, ut $\frac{25}{8} : 1 = 25 : 8$; ex quo manifeſtum eſt, objectionem præcedentem corruere.

4. Segmentum exceſſivum reſpondens lunulæ $= 16$. inveſtigatum per rationem ſuam ad hanc, ut $4 : 7$. eſt $\frac{64}{7}$ & defectivum indagatum per rationem $5 : 9$. eſt $\frac{80}{9}$. Ergo ſumma exceſus & defectus eſt $\frac{64}{7} - \frac{80}{9} = \frac{576}{63} - \frac{560}{63} = \frac{16}{63} = \frac{1}{7} + \frac{1}{9}$. Hic Adverſarius ſub eadem nota *b.* ait: *Ergo exceſſus eodem jure poteſt eſſe* $\frac{1}{9}$. *ac* $\frac{1}{7}$. Hæc objectio eſt nulla: nam quoniam denominator ſegmenti exceſſivi, quod componitur ex vero & exceſſu, eſt 7; neceſſe eſt, ut vi demonſtrationis præcedentis denominator exceſſus ſit quoque 7. & exceſſus integer $\frac{1}{7}$, conſequenter defectus $= \frac{1}{9}$. Ergo ſegmentum verum eſt $\frac{64}{7} - \frac{1}{7} = \frac{63}{7} = 9$; vel $\frac{80}{9} + \frac{1}{9} = \frac{81}{9} = 9$. & ad lunulam ut $9 : 16$.

5. Poſitis itaque lunulis 1, 4, 9, 16, ſemicirculorum, quorum diametri ſunt numeri pares, nempe: 2, 4, 6, 8, reperiuntur ſegmenta illis reſpondentia per hanc analogiam: $16 : 9 = 1 : \frac{9}{16} = 4 : \frac{36}{16} = 9 : \frac{81}{16} = 16 : \frac{144}{16}$.

$\frac{144}{16}$. Positis deinde lunulis $\frac{1}{4}$, $\frac{9}{4}$, $\frac{25}{4}$, $\frac{49}{4}$, ſemicirculorum, quorum diametri ſunt numeri impares, nempe: 1, 3, 5, 7, valet proportio: 16: 9. = $\frac{1}{4}$: $\frac{9}{64}$. = $\frac{9}{4}$: $\frac{81}{64}$. = $\frac{25}{4}$: $\frac{225}{64}$. = $\frac{49}{4}$: $\frac{441}{64}$. ; ex quo perſpicuum eſt, ſegmenta vera eſſe numeros quadratos, & denominatorem eorum = 16, si diameter eſt numerus par, vel 64, ſi eadem eſt numerus impar. Corruunt igitur objectiones frivolæ ab Adverſario ſub notis *d.* & *e.* formatæ.

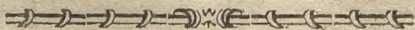
6. Adverſarius n. 11. *objectionum ſuarum* inquit: *Etiamſi ratio diam. ad periph. non eſſet falſa, quam Auctor determinavit, ut* 8 : 25, *non ſequeretur tamen, quòd ſegmenta vera debeant eſſe numeri quadrati.* Etenim falsè ſupponit, quòd quadrare circulum ſit perinde, ac invenire aream ejus in numeris perfectè quadratis: hinc circulos veros vocat *quadrata perfecta*, & ſemicirculos, quippe quæ conſtant ex lunula & ſegmento, *dimidia quadratorum perfectorum.* Deinde ait: Subtrahendo ex dimidiis quadratorum perfectorum quadrata perfecta iis proportionalia, reſidua non deprehenduntur quadrata: ergo etiam ablatis lunulis ex ſemicirculis, reſidua, nempe ſegmenta, nunquam deprehenduntur numeri quadrati. Ex hac objectione falſo principio ſuperſtructa facile eſt judicare, qualem notionem de perfecta quadratura Circuli habuerit Adverſarius, qui

7. Sub nota *d.* denuo ſibi manifeſtè contradicit, inquiens: *Unde ergo ſegmenta Auctoris conſtanter deprehenduntur numeri quadrati? Eſt hæc proprietas adhibitæ rationis diametri ad periph. ut* 1: $3\frac{1}{8}$: *hac enim poſita, quæcunque operationes Arithmeticæ adhibeantur ad inveſtiganda ſegmenta, poſtremò reducuntur ad multiplicationem quadratorum perfectorum per quadrata perfecta.* Quis ex his objectionibus non intelliget, eas eſſe frivolas & inter ſe pugnantes? Rationem ſegmenti ad lunulam = 9 : 16. nullibi deduxi ex ea, quam habet diameter 1. ad peripheriam $3\frac{1}{8}$; ſed illam independenter ab hac & quidem, ut ex omnibus meis ſcriptis manifeſtum eſt, multoties ut 9: 16. determinavi. Jnterim, ut univerſalitas harum demonſtrationum magis pateat, adjungo eis *Quadraturam Circuli noviſſimam & breviſſimam*, ex qua quivis Vir honeſtus, vel mediocri cognitione Mathematica imbutus, facilè obſervabit, injuriam maximam mihi ab Adverſario fuiſſe illatam, quòd ſine ratione ſit gloriatus, me à ſe non tantùm fuiſſe refutatum; verùm etiam per objectiones ſuas doctiſſimas, quas hic breviſſimè, clariſſimè, & fideliſſimè expoſitas, oculis & judicio literatorum ſubijcio, ſe præmium 50. Aureorum meruiſſe. Maxima flagro cupiditate videndi, num ad hæc argumenta, ab omnibus ambagibus remota, aliquid ſolidi poſſit reponi: proinde nihil intentatum relinquam ad compellendum Adverſarium, ut deſiderio tam æquo faciat ſatis: id quod credo eum eò minus in malam partem eſſe interpretaturum, quò magis honor ejus exigit, ut rationibus, non autem Authoritatibus, præjudiciis & affectibus, mecum pugnet.

8. Dantur nonnulli, qui firmiter credunt, ſe poſſe demonſtrare veram Circuli quadraturam non tantùm moraliter, verùm etiam Phyſicè

eſſe impoſſibilem; quoniam autem, ut ex *Encyclopædia 'Ebrodunenſi*, *Geometria practica Taqueti* & aliis Operibus liquet, Viri magni aliter ſentiunt; dubitari nequit, quin demonſtrationes illorum ſint nullæ. Dantur deinde alii & quidem permulti, qui aſſerunt, ſe de veritate limitum $\frac{1}{7}$. & $\frac{10}{71}$. ab *Archimede* pro determinanda periph. conſtitutorum eſſe æquè convictos, ac de quavis alia propoſitione Geometrica. Sed audiamus Cl. *Wolfium* Mathematicum ſummum, qui in *Compendio Elementorum Matheſeos* (§. 129. Geom.) expreſſe inquit: *Quoniam verò hæc ratio* Archimedis ($1: 3\frac{10}{71}$.) *in exceſſu peccat*, *alii inveſtigarunt accuratiorem.* h. e. quoniam periph, quæ eſt diametri tripla cum $\frac{10}{71}$. eſt major, quam vera; alii inveſtigarunt periph. magis ad veram accedentem; ex quo manifeſtum eſt, eum demonſtrationem *Archimedeam* non deprehendiſſe talem, qualem alii huic Viro Magno longè inferiores illam prædicant. Non ſine ratione itaque per *Methodum demonſtrativam* A. 1775. editam, pro cujus refutatione conſtitueram præmium, excluſi tam rationem *Archimedeam*, quàm omnes alias per extractiones radicum indagatas, ſiquidem nulla earum poteſt exactè demonſtrari.

9. Ut tandem pateat, rationem ſegmentorum ad lunulas = 9: 16. etiam per ſeries fractionum poſſe determinari, adijcio demonſtrationem ſequentem: Poſita diametro = 8, erit lunula = 16. & ſegmentum defectivum vi numeri 4ti $\frac{80}{9}$, quod reductum in 16tas, facit $\frac{142}{16}$. † $\frac{2}{9}$. de $\frac{1}{16}$. Addendo itaque loco fractionis fractionis $\frac{1}{16}$tam prodit terminus 1mus, nempe $\frac{143}{16}$. Deinde ſegmentum exceſſivum eſt $\frac{64}{7}$, quod converſum in 16tas, efficit $\frac{146}{16}$ † $\frac{2}{7}$ de $\frac{1}{16}$. Omittendo nunc fractionem fractionis, prodit terminus ultimus ſeriei nempe $\frac{146}{16}$. Eſt itaque lunula utpote Antecedens communis ad terminos ſeriei utpote Conſequentes, ut 16: $\frac{143}{16}$: $\frac{144}{16}$: $\frac{145}{16}$: $\frac{146}{16}$, h. e. multiplicando ubique per 16, ut 256: 143: 144: 145: 146, & dividendo deinde per 16, ut 16: $8\frac{15}{16}$: 9: $9\frac{1}{16}$: $9\frac{2}{16}$. Poſita porro diametro = 10, erit lunula 25, ſegmentum defectivum $\frac{125}{9}$ = $\frac{222}{16}$ † $\frac{2}{9}$ de $\frac{1}{16}$, & exceſſivum $\frac{100}{7}$ = $\frac{228}{16}$ † $\frac{4}{7}$ de $\frac{1}{16}$. Eſt itaque lunula ad terminos hujus ſeriei, ut 25: $\frac{223}{16}$: $\frac{224}{16}$: $\frac{225}{16}$: $\frac{226}{16}$: $\frac{227}{16}$: $\frac{228}{16}$, h. e. multiplicando ubique per 16, ut 400: 223: 224: 225: 226: 227: 228, & dividendo deinde per 25, ut 16: $8\frac{23}{25}$: $8\frac{24}{25}$: 9: $9\frac{1}{25}$: $9\frac{2}{25}$: $9\frac{3}{25}$. Conferendo tandem rationes utriuſque ſeriei inter ſe, deprehenditur ratio 2da ſeriei 1mæ 16: $\frac{144}{16}$ = rationi 3tiæ ſeriei 2dæ 25: $\frac{225}{16}$, nempe utrobique ut 16: 9. Ergo $\frac{144}{16}$ = 9. & $\frac{225}{16}$ = $14\frac{1}{16}$ ſunt ſegmenta vera. Cum itaque per ſeries fractionum tam hic, quàm in *Methodo demonſtrativa* adhibitas & cum lunulis, vel quadratis diverſarum diametrorum collatas, prodeat eadem ratio ſegmentorum ad lunulas, quæ reperta fuit per n. 4. & per *Quadraturam Circuli noviſſimam;* evidens eſt, omnes objectiones in *Expoſitione brevi* contentas, eſſe frivolas. Interim, ſi modus operandi per ſeries videtur Adverſario nimiis ambagibus refertus; liberum eſt ei, illum repudiare & acumen ingenii ſui ſolum contra dictam *Quadraturam* demonſtrare.




Biblioteka Jagiellońska
stdr0026012

